

6 Risolvere la seguente equazione:

$$6 \cdot \binom{x}{5} = \binom{x+2}{5}.$$

6 Data l'equazione $6 \cdot \binom{x}{5} = \binom{x+2}{5}$, le condizioni di esistenza con $x \in \mathbb{N}$ per i coefficienti binomiali sono:

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ x+2 \geq 5 \end{cases} \rightarrow x \geq 5.$$

Sviluppando i coefficienti binomiali l'equazione diventa:

$$6 \cdot \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!} = \frac{(x+2)(x+1)x(x-1)(x-2)}{5!}$$

$$x(x-1)(x-2)[6(x-3)(x-4) - (x+2)(x+1)] = 0$$

Per la legge dell'annullamento del prodotto risulta:

$x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ non accettabili per le condizioni di esistenza,

$$6(x-3)(x-4) - (x+2)(x+1) = 0 \rightarrow 5x^2 - 45x + 70 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow x = \frac{9 \pm 5}{2} \rightarrow x = 7 \text{ (accettabile)} \vee x = 2, \text{ (non accettabile)}.$$

La soluzione dell'equazione è quindi $x = 7$.