PROVA D'ESAME • SESSIONE ORDINARIA 2015

Liceo scientifico comunicazione opzione sportiva

3 Risolvere l'equazione: $5\binom{n+1}{5} = 21\binom{n-1}{4}$.

3 Le condizioni di esistenza dei coefficienti binomiali dell'equazione data:

$$5\binom{n+1}{5} = 21\binom{n-1}{4}$$

sono:

$$\begin{cases} n+1 \geq 5 \\ n-1 \geq 4 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} n \geq 4 \\ n \geq 5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad n \geq 5, \text{ con } n \text{ naturale.}$$

Ricordiamo che il coefficiente binomiale $\binom{n}{k}$ si può calcolare con la formula:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Applichiamo tale formula all'equazione data:

$$5\binom{n+1}{5} = 21\binom{n-1}{4} \quad \rightarrow \quad 5\frac{(n+1)!}{5!(n+1-5)!} = 21\frac{(n-1)!}{4!(n-1-4)!} \quad \rightarrow$$

$$\frac{(n+1)n(n-1)!}{4!(n-4)(n-5)!} = 21\frac{(n-1)!}{4!(n-5)!} \quad \rightarrow \quad \frac{(n+1)n}{n-4} = 21 \quad \rightarrow$$

$$n(n+1) = 21(n-4) \quad \rightarrow \quad n^2 + n - 21n + 84 = 0 \quad \rightarrow \quad n^2 - 20n + 84 = 0 \quad \rightarrow$$

$$n = 10 \pm \sqrt{100-84} = 10 \pm 4 \quad \rightarrow \quad n_1 = 6 \vee n_2 = 14.$$

Entrambe le soluzioni sono accettabili.